구조손상 및 확률변수 간의 공간적 상관관계를 고려한 트러스 구조물의 신뢰성 해석

Reliability Analysis of a Truss Structure Considering Structural Damage and Spatial Correlation between Random Variables

조성록* · 이진학**

Cho, Sungrok*, and Yi, Jin-Hak**

Abstract

In this study, a reliability analysis is performed for a truss bridge considering uncertainties in structural properties and applied loads, structural damage, and spatial correlation between random variables. Two limit states are considered: a serviceability limit state based on allowable deflection and a stress limit state based on allowable stress. The Level II reliability analysis method, which is known as one of the moment methods, and the Level III method based on sampling techniques are used in the reliability analysis. In this study, the effects of structural damage and spatial correlation between random variables on the reliability index are intensively investigated. Results of the reliability analysis showed that structural damage has different effects on the reliability index and probability of failure in terms of the limit state and damaged member. With respect to spatial correlation, the probability of failure increases as the spatial correlation coefficient between random variables increases. Therefore, it can be concluded that structural damage and the spatial correlation between random variables should be reasonably considered to achieve a more rational reliability analysis.

Key words : Reliability Analysis, Spatial Correlation, Probability of Failure, Structural Damage, Truss Structure

요 지

본 연구에서는 트러스 교량을 대상으로 부재 제원 및 작용 하중에 포함되어 있는 불확실성, 구조손상 및 확률변수 간의 공간적 상관관계를 고려한 신뢰성 해석을 수행하였다. 한계상태로는 허용처짐을 기준으로 한 사용성 한계상태와 부재의 허용응력을 기준으로 한 응력한계상태를 고려하였으며, 신뢰성 해석을 위하여 모멘트 방법으로 알려져 있는 Level II 방법과 추출법 기반의 Level III 방법을 적용하였다. 이 연구에서는 이러한 신뢰성 해석 방법을 이용하여 (1) 부재에 존재하는 구조손상이 신뢰도 지수에 미치는 영향과 (2) 확률변수 간의 공간적 상관관계에 따른 신뢰성 해석 결과를 분석하였다. 신뢰성 해석 결과 한계상태에 따라 신뢰도 지수 및 파괴확률에 대한 구조손상의 영향이 손상부재에 따라 다를 수 있었다. 또한 공간적 상관관계의 경우, 확률변수 간의 상관관계가 커질수록 파괴확률이 증가하는 것을 알 수 있었다. 따라서 확률론적 방법을 통한 신뢰성 해석을 할 때에는 한계상태 및 고려하는 확률변수의 분포 형태, 평균, 표준편차 외에도 구조손상 및 확률변수 간의 상관관계를 합리적으로 고려하여야 함을 알 수 있다.

핵심용어 : 신뢰성 해석, 공간적 상관관계, 파괴확률, 구조손상, 트러스 구조물

1. 서 론

최근 구조물에 대한 해석 및 설계에 있어, 하중 및 재료물성

치, 제원 등에 포함되어 있는 불확실성(uncertainty)을 고려한 신뢰성 해석 및 설계에 대한 연구개발이 활발하며, 교량을 비롯하여 여러 사회기반시설물의 설계에 있어 이러한 신뢰

*정회원, 한국해양대학교 해양공학과 박사과정(E-mail: polar-bear@kmou.ac.kr)

Member, Ph.D Student, Department of Ocean Engineering, Korea Maritime and Ocean University

**교신저자, 정회원, 한국해양과학기술원 연안개발에너지연구센터 책임연구원(Tel: +82-51-664-3527, Fax: +82-51-664-3527, E-mail: yijh@kiost.ac.kr)

Corresponding Author, Member, Principal Research Scientist, Coastal Development and Ocean Energy Research Center, Korea Institute of Ocean Science & Technology

성 해석에 근거한 설계가 적용되고 있다. 신뢰성 해석 및 설계는 기존 허용응력설계에서 다루기 어려웠던 하중을 비롯하여 재료물성치, 제원 등 설계변수에 포함되어 있는 불확실성을 정량적으로 다룰 수 있기 때문에, 구조물의 수명 및 중요도 등에 따른 목표 신뢰도 지수를 만족하는 경제적인 설계가 가능하도록 할 수 있다. 이와 같은 신뢰성 해석과 최적 설계를 연계한 연구로 Kim and Noh (2012)는 내폭 CFRP-Steel 복합구조에 대한 최적설계를 수행한 바 있으며, Cho and Kim (2016)은 프리텐션 콘크리트 지주구조물에 있어 프리캐스트 하부구조 시스템에 대하여, 그리고 Yi and Han (2016)은 합성형 단면을 갖는 풍력발전 타워구조물에 대하여 최적설계 및 신뢰성 평가를 수행한 바 있다.

신뢰도 해석 및 설계는 여러 사회기반시설물을 대상으로 많은 연구가 진행된 바 있으며, 이러한 연구를 도로분야와 해안·해양분야로 나누어 간략히 정리하였다. 우선 도로분야의 경우, Frangopol et al. (2001)은 고속도로의 수명주기관리(life cycle management)에 대해 기존의 Markovian 방법이 구조물의 전체 수명을 고려할 수 없다는 단점을 보완하기 위하여 신뢰성 기법을 도입하여 불확실한 요소들을 합리적으로 고려함으로써 이와 같은 단점을 보완할 수 있음을 제시하였다. 또한 Park et al. (2010)은 지반 공학적 문제와 관련된 불확실성을 확률론적 기법을 토대로 하여 터널 지보 시스템의 신뢰성을 평가할 수 있는 프로그램을 개발하였으며, 기존의 결정론적 접근법에 의한 결과와 비교, 분석하여 확률론적 접근법을 통한 신뢰성 평가 결과가 지보설계시 기초자료 및 공학적 의사결정을 위한 도구로서 활용될 수 있음을 제시하였다. 한편, Ni et al. (2006)은 트러스 교량을 대상으로 신뢰성 해석을 수행하여 특정 부재가 손상을 입었을 때의 신뢰도 지수의 변화와 확률변수의 분포 형태에 따른 신뢰도 지수의 변화를 분석함으로써, 신뢰도 해석에 있어 장기적인 측정 데이터를 기반으로 확률변수의 분포 형태 및 특성값, 구조손상 등에 대한 정보를 사전에 확보하고 있어야 함을 제시하였다. 또한 최근 Dey et al. (2018)은 보도교에 대한 기준을 신뢰성 해석 관점에서 평가하여 유럽과 북미 지역의 코드를 평가한 바 있고, Jamali et al. (2019)는 교량의 내하력 평가에 있어 계측자료와 신뢰성 이론을 연계한 연구결과를 발표한 바 있다.

이와 같은 신뢰성 해석 및 설계는 해안·해양분야에서도 널리 적용되고 있으며, Kim, Seo, et al. (2006)은 이상파랑(abnormal high wave)으로 인해 큰 피해를 입었던 동해항 방파제를 대상으로 Level I, Level II, Level III 신뢰성 해석기법을 적용하여 확률론적 안전성을 검토하고 각 방법들 간의 차이를 검토하였다. 이들은 Level II 및 Level III 방법에 의한 신뢰성 해석 결과가 비교적 잘 일치하는 것을 보여주었으며, 불확실성을 나타내는 계수들의 산정이 확률론적 방법에 있어 매우 중요하다는 점을 제시하였다. 또한 Huh (2003)는 유한요소법과 신뢰성 해석기법을 통합한 복합 알고리즘

을 개발하여 실구조물에 적용함으로써 적용성을 입증하였다. Kim, Jung, et al. (2006)은 염해를 받는 콘크리트 구조물의 내구성을 확률론적 방법을 도입하여 해석하였다. 이들은 몬테카를로 시뮬레이션 기법을 활용하여 내구성 설계인자들이 콘크리트 구조물 내부에 위치한 철근의 부식 확률에 미치는 영향을 정량적으로 분석하였으며, 부식 확률 10%를 목표로 하는 경우, 염해에 대한 사용수명의 신뢰성을 충분히 확보하기 위해서는 확률론적인 내구성 해석 방법의 도입이 필수적이라고 제시하였다.

한편 유지관리와 관련하여 구조건전성 모니터링(structural health monitoring, SHM) 자료를 이용하여 손상평가 및 신뢰성 평가를 수행하는 것에 관한 연구도 진행되고 있다. Okasha et al. (2011)은 고속선박에 대한 모니터링 자료를 이용하여 신뢰성 해석과 손상추정에 관한 연구를 수행한 바 있으며, Zhu and Frangopol (2013)은 선박의 모니터링 자료를 이용하여 파랑하중에 대한 영향을 개선하여 신뢰성 해석을 수행한 바 있다. 또한 Strauss et al. (2015)은 모니터링 자료를 이용하여 철도교에서의 레일-교량 상호작용을 신뢰도 기반으로 평가하였고, Newhook and Edalatmanesh (2013)은 콘크리트 교량의 피로손상 평가를 위하여 모니터링 자료와 신뢰성 해석을 연계한 바 있다.

이처럼 확률론 기반의 신뢰성 해석은 하중 및 재료물성치에 포함되어 있는 불확실성을 합리적으로 고려할 수 있다는 장점 때문에 다양한 분야에서 많은 연구개발이 진행되고 있으나, 부재에 발생할 수 있는 구조손상의 영향, 그리고 확률변수 간의 공간적 상관관계의 영향 등에 대한 연구는 매우 제한적으로 이루어진 바 있고(Ni et al., 2006), 구조물에 대한 손상평가 결과를 신뢰성 해석과 연결하는 연구는 특별히 보고된 바 없다. 따라서 이 연구에서는 기존의 Ni et al. (2006)의 연구를 확장하여, 이들이 다루지 않았던 내용을 추가적으로 분석하였다. 즉, 각 확률변수들이 독립이 아닌, 즉 공간적 상관관계(spatial correlation)를 갖는 경우의 신뢰성 해석을 수행하였으며, 또한 부재에 구조손상이 있는 경우의 신뢰성 해석결과도 함께 분석하였다. Ni et al. (2006)이 허용응력을 기준으로 응력한계상태(stress limit state)만을 고려한 것과 달리 이 연구에서는 전역적(global) 특성을 반영할 수 있는 허용처짐을 기준으로 한 사용성 한계상태(serviceability limit state)를 함께 고려한 신뢰성 해석을 수행하였다.

2. 이론적 배경

2.1 한계상태식

신뢰성 해석에 있어 다양한 한계상태함수(limit state function)를 고려해야 한다. 본 연구에서는 교량의 사용성과 관련하여 허용처짐(δ_{allow})과 최대 처짐($\delta(X)$)을 비교하는 사용성 한계상태(serviceability limit state, $F_s(X)$) (Eq. (1))와 안전성과 관련하여 부재의 허용응력(σ_{allow})과 최대응력

($\sigma(X)$)를 비교하는 응력한계상태(stress limit state, $F_\sigma(X)$) (Eq. (2))를 한계상태함수로 각각 고려하여 신뢰성 해석을 수행하였다.

$$F_\delta(X) = \delta_{allow} - \delta(X) \quad (1)$$

$$F_\sigma(X) = \sigma_{allow} - \sigma(X) \quad (2)$$

여기서, 처짐에 대한 허용처짐값은 지간의 1/800을 고려하여 $\delta_{allow} = L/800$ 으로 구할 수 있으며(FHWA, 2011), 응력에 대한 허용값은 강재의 허용응력을 고려하여 $\sigma_{allow} = 252.5 MPa$ 로 설정하였다(Ni et al., 2006). 한편 허용응력 또한 재료의 제작과정에서의 불확실성 등을 고려할 수 있도록 Ni et al. (2006)이 적용한 것과 동일하게 표준편차 29 MPa를 갖는 표준정규분포 확률변수로 고려하였다. 한편 X 는 이 연구에서 고려한 확률변수를 의미한다.

2.2 신뢰성 해석 방법

확률밀도함수가 $f_X(x)$ 인 확률변수 X 에 대해 구조물의 파괴를 정의하는 한계상태식이 $g(x)$ 와 같이 주어질 때, 파괴 확률(p_f)은 한계상태식이 파괴를 나타내는 영역, 즉 $g(x) \leq 0$ 을 만족하는 x 에 대하여 $f_X(x)$ 를 적분하여 구할 수 있다.

$$p_f = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx \quad (3)$$

Level III 방법은 추출법(sampling technique)으로, 구조물의 파괴에 관련된 모든 확률변수들의 평균과 분산 및 분포형태를 이용하여 N개의 샘플을 임의로 추출한 후, 각 샘플에 대하여 한계상태식의 값($g(x)$)을 구하고, 이때 한계상태식이 0보다 작은 샘플의 수를 전체 샘플의 수로 나누어 파괴확률을 직접 구하는 방법이다. 이러한 Level III의 대표적인 방법으로 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation, MCS) 방법이 있다. MCS에서는 주어진 확률밀도함수를 따르는 충분한 수의 난수를 발생시켜 확률변수 표본 집단을 생성하고, 생성된 확률변수 값에 대한 한계상태식의 값을 비교함으로써 파괴확률을 다음과 같이 구하게 된다.

$$p_f \approx \frac{n_f}{N} \quad (4)$$

이때, N 과 n_f 는 각각 임의의 추출한 확률변수 샘플의 수와 한계상태식이 0보다 작은 샘플의 수를 나타낸다. MCS는 Eqs. (1), (2)의 한계상태식의 비선형 함수이거나 혹은 해석적으로 적분을 수행하기 어려운 경우에도 사용할 수 있으며, 특히 비정형 확률분포를 갖는 변수에 대해서도 적용할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 Eq. (4)를 통해 추정한

파괴확률이 유의미한 값을 갖기 위해서는 N 이 충분히 클 필요가 있으며, 예상되는 파괴확률(p_f)의 역수에 대해 10배에서 100배 이상의 값을 권장하고 있다(Yang et al., 1999). 따라서 일반적으로 MCS는 계산시간이 많이 소요된다는 단점이 있으며 이러한 문제를 해결하기 위하여 중요도 추출법(important sampling technique) 또는 라틴 하이퍼 큐브 추출법(Latin hypercube sampling technique) 등을 적용할 수 있다(Jung et al., 2012).

이와 달리 각 확률변수의 평균과 분산, 그리고 분포형태만을 이용하여 파괴확률에 대한 상대적인 지표인 신뢰도 지수(reliability index)를 근사적으로 산정하는 방법을 Level II 혹은, 모멘트 방법(moment method)이라 한다. 서로 통계적으로 독립인 정규분포 확률변수 X 의 선형조합으로 다음 Eq. (5)와 같이 정의되는 한계상태식 g 의 경우, Eq. (6)에서와 같이 X 에 대한 선형변환을 이용하여 표준정규분포의 확률변수인 U_i 로 변환할 수 있고, Eq. (7)에서와 같이 새로운 변수 U_i 에 대한 한계상태식을 구할 수 있다.

$$g = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad (5)$$

$$U_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (6)$$

$$g = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i (\mu_i + \sigma_i u_i) \quad (7)$$

이때, μ_i , σ_i 는 각각 확률변수 X 의 평균 및 표준편차를 나타낸다.

Eq. (7)과 같이 선형 근사된 한계상태식을 이용해 다음과 같이 신뢰도 지수 β 를 산정할 수 있다.

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = - \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial u_i} \right)_{u^*} u_i^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial u_i} \right)_{u^*}^2}} \quad (8)$$

여기서, u^* 는 표준정규분포 확률변수의 공간에서 구한 Most Probable Failure Point (MPFP)로, 이를 U_i 를 이용하여 정규화된 확률변수 공간에서의 기하학적으로 분석하면, 원점에서 가장 가까운 파괴면까지의 거리를 의미한다. 한편 Level II 방법을 이용할 경우 MPFP에서의 각 확률변수가 신뢰도 지수에 미치는 영향, 즉 민감도(sensitivity)를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha_i = \frac{\partial g}{\partial u_i} \quad (9)$$

일반적인 Level II 방법은 한계상태식이 이들 확률변수의 선형합으로 표현될 때에만 정확한 파괴확률의 산정이 가능하다. 한계상태식이 비선형식으로 주어지는 경우에는 Hasofer and Lind가 제안한 개선된 Level II 해석방법인 Advanced First Order Second Moment (AFOSM)을 사용하여 구할 수 있다(Hasofer and Lind, 1974; Yang et al., 1999).

한편, AFOSM을 적용하여 신뢰성 해석을 수행할 경우 한계상태식이 확률변수에 대한 양함수(explicit function) 형태여야 하는데, 음함수(implicit function) 형태로 주어지는 경우 Eq. (7)을 적용하기 어렵다. 이와 같이 한계상태식이 확률변수에 대한 음함수 형태로 주어지는 경우 응답면 기법(Response Surface Method, RSM) 등을 적용하여 양함수 형태로 근사화시킬 수 있다. RSM은 샘플링 방법에 따라 중심합성계획법(Central Composite Design, CCD), Bucher-Bourgund (BB) 방법(Bucher and Bourgund, 1990) 등이 있으며 각 방법에 따른 샘플링 방법에 따라 적은 횟수의 해석을 통한 결과를 이용하여 한계상태식을 확률변수에 대한 다항식으로 근사한 후, 이 다항식에 대하여 AFOSM을 적용하여 파괴확률을 산정할 수 있다.

최근에는 이와 같은 신뢰성 해석을 위하여 FERUM (Haukaas et al., 2001; Bourinet et al., 2009; Bourinet, 2010)과 같이 공개된 프로그램을 사용할 수도 있지만, 본 연구에서는 MCS 방법과 AFOSM 방법을 이용하여 작성한 자체 코드를 이용하여, 신뢰성 해석을 수행하였다. MCS 방법의 경우 파괴확률 및 계산시간 등을 고려하여 10만 번의 샘플링을 통하여 파괴확률을 구하였으며, AFOSM 방법은 BB 방법을 적용한 RSM을 사용하여 신뢰도 지수를 통해 파괴확률을 구하였다(Yi and Han, 2016).

3. 예제해석

3.1 예제

Ni et al. (2006)은 트러스 교량이 손상을 입어 단면적이 감소된 상태에 있을 때, 신뢰성 해석을 통해 단면적의 감소율에 따른 신뢰도 지수(β)의 변화를 살펴본 바 있다. 이 연구에서는 동일한 트러스 교량을 대상으로 하여 AFOSM 및 MCS를 통해 신뢰성 해석을 진행하였다. 예제 교량의 재료물성치는 참고문헌과 동일하게 탄성계수 및 밀도는 각각 200GPa, 7800kg/m³로 고려하였고, 추가적인 사하중 10kN/m로, 그리고 단면적은 0.01m²로 고려하였다. 한편 트러스 형상 및 주요 제원은 Fig. 1에, 그리고 참고문헌에서 확률변수로 고려한 바 있는 작용하중과 항복응력(yield stress)은 Table 1에 제시하였다.

이 연구에 사용된 AFOSM 코드의 정확성 검증을 위하여 (1) Ni et al. (2006)의 문헌에 제시되어 있는 결과와 비교하였으며, 또한 (2) AFOSM에 의한 파괴확률 및 신뢰도 지수를 Level III 방법인 MCS에 의한 파괴확률 및 신뢰도 지수와

비교하였다. 우선 Ni et al. (2006)의 결과를 보면, Fig. 1 및 Table 1에 제시된 제원 및 하중 특성을 갖는 트러스 교량에 대하여 각 부재 단위로 응력한계상태에 대한 신뢰도 지수를 분석하였으며, 이 연구에서도 동일하게 부재별 신뢰도 지수를 분석하였다. Fig. 2는 참고문헌에 제시되어 있는 값과 비교한 것으로 이 연구에서 사용한 AFOSM의 정확성을 확인할 수 있다.

Fig. 1. Truss Structure (Ni et al., 2006)

Table 1. Mean & Standard Deviation of R.V (Ni et al., 2006)

Random Variables	Mean	Standard Deviation
$V(kN)$	120	12
$\sigma_{allow} (MPa)$	252.5	29

Fig. 2. Reliability Index of Intact Structure (Note: Reliability indices for members 8 and 12 are not shown in Ni et al., 2006)

한편, Level III인 MCS 방법과 AFOSM 방법에 의한 결과를 비교함으로써 MCS 방법의 정확성을 검증하고자 하였다. Ni et al. (2006)의 연구에서 사용한 트러스 교량의 제원을 그대로 적용할 경우 신뢰도 지수(β)가 6보다 크고, 따라서 파괴확률이 3×10^{-11} 보다 작아 MCS를 통해 유의미한 값의 결과를 얻기 위해서는 불필요하게 많은 계산이 소요된다. 따라서 구조손상에 따른 신뢰도지수 등의 변화 등을 고찰하고, 또한 MCS 방법과 AFOSM 방법의 결과를 비교하기 위하여, 기존 연구에서 사용한 교량의 제원 중 단면적을 50% 수준으로 고려하여 MCS에 의해서도 충분한 신뢰성 해석이 가능하도록 예제를 수정하였다. 다음의 Table 2는 전체 단면적을 50% 수준으로 고려하였을 경우, AFOSM과

MCS로 구한 응력한계 상태에 대한 파괴확률(p_f) 및 신뢰도 지수(β)를 비교해 나타낸 것이며, Fig. 3은 MCS 방법에서 N 이 증가함에 따라 파괴확률(p_f)이 한 값으로 수렴해 가는 과정을 그래프로 나타낸 것이다. 여기서 제시한 파괴확률은 21개 부재 중 가장 취약한 부재에 대한 파괴확률로 Fig. 2의 부재별 신뢰도 지수와는 달리 시스템 파괴확률이라 할 수 있다.

Table 2. Comparison of Results by MCS and AFOSM

	Probability of Failure (p_f)	Reliability Index (β)
MCS	9.00×10^{-6}	4.2884
AFOSM	8.38×10^{-6}	4.3041
Difference(%)	6.89	-0.37

Fig. 3. Convergence of Probability of Failure

3.2 구조손상을 고려한 신뢰성 해석 및 민감도 분석

특정한 부재에 피로균열이 발생하거나 혹은 부식에 의하여 두께가 감소한 경우, 이러한 손상을 등가의 단면적 감소로 표현할 수 있다. 따라서 이 연구에서는 단면적이 감소하는 경우에 대하여 신뢰도 지수 및 파괴확률의 변화에 대하여 분석하였다. 먼저 부재 단면적의 감소율에 따른 파괴확률의

변화를 분석하기에 앞서 부재의 손상이 파괴확률에 어떠한 영향을 미치는지, 즉 부재 손상에 따른 파괴확률의 변화를 먼저 분석하였다. 다음의 Fig. 4는 AFOSM과 MCS를 통해 1번 부재부터 21번 부재까지의 부재 단면적을 20% 줄였을 때 응력한계상태 및 사용성 한계상태에 대한 파괴확률을 정리한 결과이다.

각각의 결과를 살펴보면 각 부재에 대해 파괴확률의 차이가 있지만 두 결과 모두 18번, 19번 부재, 즉 트러스의 중앙부 하현재가 손상되었을 때 파괴확률이 가장 크게 증가함을 알 수 있다. 이는 곧 중앙부 하현재가 하중을 전달하는 경로에서 가장 큰 기여를 하고 있기 때문이며, 이에 대하여 민감도 분석을 통하여 확인하고자 하였다. 단면변화율($\Delta A/A_0$)에 대한 처짐(δ) 및 응력(σ)에 대한 변화율($\Delta\delta/\delta_0$, $\Delta\sigma/\sigma_0$), 즉 민감도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S_{\delta,A} = \frac{\Delta\delta/\delta_0}{\Delta A/A_0}, \quad S_{\sigma,A} = \frac{\Delta\sigma/\sigma_0}{\Delta A/A_0} \quad (10)$$

한편, Level II 신뢰성 해석을 위하여 적용한 AFOSM의 경우 MPFP점에서의 각 부재에 대한 민감도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha = \frac{g}{\sqrt{g^T \times g}} \quad (11)$$

여기서, g 는 MPFP 점에서의 각 확률변수 방향으로의 기울기(gradient)를 의미한다. Table 3은 각각의 방법을 적용하여 사용한계상태와 응력한계상태에서의 부재손상에 따른 민감도를 계산한 것이다. 여기서, 신뢰도 지수에 대한 민감도를 구하기 위하여 21개 부재의 단면적을 평균 0.005 m^2 , 표준편차 0.0005 m^2 인 확률변수로 고려하였고, 하중 및 허용 응력의 불확실성은 고려하지 않았다.

Table 3을 살펴보면 모든 방법에서 공통적으로 18번, 19번 부재가 가장 민감도를 가지는 것을 알 수 있다. 한편 사용성

(a) Stress Limit State

(b) Serviceability Limit State

Fig. 4. Probability of Failure w.r.t. Damaged Member

Table 3. Sensitivities of Deflection and Stress w.r.t. Area Reduction

Member ID	$S_{\delta,A}$	$S_{\sigma,A}$	$\alpha(\delta)$	$\alpha(\sigma)$	
				21 RVs	19 RVs
1	16.112	111.111	0.1880	0	0
2	16.112	111.111	0.1880	0	0
3	16.113	111.111	0.1880	0	0
4	16.113	111.111	0.1880	0	0
5	24.742	180.538	0.3918	0	0.7071
6	0	0	0.0000	0	0
7	14.842	0	0.1679	0	0
8	0	0	0.0000	0	0
9	4.956	0	0.0452	0	0
10	10.475	0	0.0973	0	0
11	4.955	0	0.0452	0	0
12	0	0	0.0000	0	0
13	14.842	0	0.1679	0	0
14	0	0	0.0000	0	0
15	24.743	180.538	0.3918	0	0.7071
16	8.179	0	0.0458	0	0
17	8.179	0	0.0458	0	0
18	32.873	250.001	0.4865	0.7071	N/A
19	32.873	250.001	0.4865	0.7071	N/A
20	5.034	0	0.0458	0	0
21	5.034	0	0.0458	0	0

한계상태와 관련된 수직처짐에 대한 각 부재 단면적에 대한 민감도($S_{\delta,A}$)와 사용성 한계상태를 적용하였을 때 MPFP 점에서의 신뢰도 지수에 대한 민감도($\alpha(\delta)$)를 보면, 6, 8, 12, 14번 부재, 즉 좌우 양측의 수직재의 경우 모두 민감도가 0임을 알 수 있고, 이는 곧 이들 부재는 처짐에 대한 기여가 없음을 의미한다. 따라서 이들 부재의 경우 손상이 크게 발생하더라도 사용성 한계상태에 대한 신뢰도 지수에는 영향이 없음을 알 수 있다.

한편, 응력한계상태를 보면, 신뢰도 지수는 7.08로 분석되었고, 민감도는 표에서와 같이 17번 부재와 18번 부재에 대해서 0.7071로 분석되었으며, 나머지 부재에 대해서는 0의 민감도를 가지는 것으로 분석되었다. 이는 MPFP점에서 18번 또는 19번 부재에서 항복응력에 가장 쉽게 도달하기 때문이며, 이 경우 다른 부재의 단면적이 변하더라도 18번, 19번 부재에서의 신뢰도 지수에는 영향을 주지 않는다는 것을 의미한다. 18번, 19번 부재의 단면적을 고정된 값으로 고려하고, 신뢰성 해석을 다시 한 번 수행하여 민감도를 살펴 본 결과, 신뢰도 지수는 7.48로 증가하며, 민감도는 표에서와 같이 5번, 15번 부재에 대하여 0.7071로 동일하게 분석됨을 알 수 있었다. 이는 단면적 변화에 대한 응력의 민감도($S_{\sigma,A}$)에서와 같은 결과로 18, 19번 부재 다음으로

응력에 대한 민감도가 높은 5번, 15번 부재에서 응력한계상태에 도달하고, 이에 해당하는 조건이 MPFP가 된다. 따라서 이 경우에는 다른 부재의 단면적 변화는 신뢰도 지수에 영향을 미치지 못함을 알 수 있다. 만약 5, 15번 부재의 단면적 역시 확률변수로 고려하지 않는다면, 다음으로 응력에 대한 민감도가 동일하게 같은 1번 부재에서 4번 부재의 단면적에 대한 민감도가 0.5로 나올 것을 예상할 수 있고, 실제 이러한 조건에서 AFOSM으로 해석한 결과 신뢰도 지수는 10.88, 그리고 민감도는 1번부터 4번 부재에 대해서만 0.5로 예상한 바와 같이 민감도를 구할 수 있었다.

이 예제에서 사용한 트러스 교량의 경우 최적설계가 이루어지지 않은 단면으로 구성되어 있으며, 최적설계를 통하여 각 부재의 민감도가 유사하고, 또한 부재 단위에서의 신뢰도 지수도 비슷한 수준이 될 수 있도록 설계하는 것이 경제적인 설계가 가능할 것이다. 신뢰성 해석 결과만으로 설계변경을 수행한다면 18번, 19번 부재의 단면적은 크게 증가시키고, 5, 15번 부재의 보강, 그리고 1번, 2번, 3번, 4번 부재를 보강하는 것을 제안할 수 있을 것이다.

3.3 구조손상에 따른 신뢰도 지수의 변화

이 연구에서는 21개의 부재 가운데 응력한계상태 및 사용

성 한계상태에 대한 민감도가 가장 큰 것으로 분석된 바 있는 18번, 19번 부재에 대하여 이들 두 부재가 동시에 손상을 가지는 경우 신뢰도지수 및 파괴확률의 변화에 대해 살펴보았다. Fig. 5는 각각의 한계상태식에 따라 부재의 손상 정도에 따른 β 의 변화를 그래프로 나타낸 것이다.

결과를 살펴보면 응력한계상태를 고려할 경우 18, 19번 부재의 단면적이 50% 파괴 되었을 때 거의 0에 가까운 $\beta=0.0242$ 로 파괴확률 $p_f=0.4903$ 의 결과를 보여 준 반면, 사용성 한계상태를 고려할 경우 50% 파괴되었을 때 $\beta=0.3522$ 로 파괴확률 $p_f=0.3623$ 의 결과를 보여 주었다. 신뢰도 지수(β)는 예상한 바와 같이 한계상태의 종류에 관계없이 구조손상이 증가할수록 작아지는 것을 확인할 수 있다. 따라서 정기적인 점검 및 모니터링 등을 통하여 구조 제원 및 재료물성치에 대한 자료를 확보한다면 현재 상태의 조건을 반영한 신뢰도 지수를 분석함으로써 신뢰성 측면에서의 교량 안전성을 관리할 수 있음을 알 수 있다.

3.4 공간적 상관관계의 영향

3.2절 및 3.3절에서 수행한 신뢰성 해석에서는 각 확률변수에 대한 공간적 상관관계를 고려하지 않고, 각 확률변수를 모두 통계적으로 독립(statistically independent)인 관계로 고려하였다. 그러나 하중의 경우 통행량에 따라 유사한 수준의 하중이 공간상에 분포할 수 있으리라는 것을 예상할 수 있으며, 이는 공간적 상관관계로 표현할 수 있다. 임의의 두 확률변수간의 선형적인 상관관계에 대한 지표인 상관계수(correlation coefficient) (ρ)는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned}\rho_{X_1X_2} &= \frac{E[(x_1 - \mu_{X_1})(x_2 - \mu_{X_2})]}{\sigma_{X_1}\sigma_{X_2}} \\ &= \frac{E[x_1x_2] - \mu_{X_1}\mu_{X_2}}{\sigma_{X_1}\sigma_{X_2}}\end{aligned}\quad (12)$$

상관계수는 항상 -1에서 +1 사이의 값을 가지며, 상관계수가 1이라는 것은 두 확률변수가 완전한 양의 선형적인 상관관

계를 갖는다는 것을 의미한다. 이번 절에서는 확률론적 방법을 이용하여 18번, 19번 부재가 손상을 입어 단면적이 20% 감소한 구조물에 대하여 각 확률변수들 간 상관관계수에 따른 파괴확률의 변화를 분석하였다. 먼저 구조해석 시 고려한 확률변수 가운데 한계상태식의 허용응력 σ_{allow} 에 대한 상관관계는 고려하지 않았고, $V_1 \sim V_5$ 의 사이에 공간적 상관관계가 있는 것으로 고려하였다. MCS의 경우 상관계수를 고려하여 난수를 생성하였으며, AFOSM의 경우에는 공분산 행렬의 직교행렬을 이용한 비상관 단위확률변수(uncorrelated unit random variable)를 이용하여 신뢰성 해석을 수행하였다. 확률변수 간의 공분산 행렬 (C_X)는 항상 Positive Definite인 대칭행렬이므로, Eq. (13)과 같은 선형변환에 의해 $A^T C_X A$ 를 대각 행렬로 만드는 직교행렬 A 가 반드시 존재함을 알 수 있으며, 고유치 분석을 통해 A 를 구할 수 있다.

$$y = A^T x \quad (13)$$

한편 Eq. (13)에 의해 선형 변환된 확률변수 벡터 y 의 평균과 공분산 행렬은 각각 다음의 Eqs. (14), (15)와 같다.

$$E[y] = E[A^T x] = A^T E[x] = A^T \mu_X \quad (14)$$

$$\begin{aligned}C_Y &= E[yy^T] - \mu_Y \mu_Y^T \\ &= E[A^T x x^T A] - A^T \mu_X \mu_X^T A \\ &= A^T (E[xx^T] - \mu_X \mu_X^T) A \\ &= A^T C_X A\end{aligned}\quad (15)$$

이를 통해 확률변수 y 의 공분산 행렬 C_Y 는 역시 대각행렬임을 알 수 있다. 따라서 확률변수 y 가 정규분포를 따르고, 공분산이 0일 경우 통계적으로 독립인 확률변수로의 변환이 얻어질 수 있음을 알 수 있다. 확률변수 y 의 평균과 표준편차를 이용하여 비상관 단위 확률변수를 다음과 같이 구할 수 있다(Yang et al., 1999).

$$u = (A^T C_X A)^{-1/2} (A^T x - A^T \mu_X) \quad (16)$$

Fig. 5. Reliability Indices with Respect to Area Reduction Ratio of Members 18 and 19

이를 이용하여 상관관계가 공분산 행렬 C_X 에 의해 정의된 상관된 정규분포 확률변수 x 를 서로 통계적으로 독립인 표준정규분포 확률변수 u 로 변환할 수 있으므로 AFOSM을 통해 상관도에 따른 신뢰도 지수를 계산할 수 있다.

Fig. 6은 각각의 하중(V_i)간의 상관계수가 0.1~0.6 까지 변화할 때 응력한계상태에 대한 파괴확률을 MCS와 AFOSM을 이용해 계산한 결과를 그래프로 나타낸 것이다. 결과를 살펴보면, MCS의 특성상 어느 정도의 차이가 있지만 상관도 계수가 증가할수록 파괴확률이 증가하는 것을 알 수 있다. 한편, AFOSM을 통한 계산 결과 역시 상관도가 증가할수록 파괴확률이 증가하는 것을 알 수 있고, 이를 통해 확률변수들 간의 공간적 상관관계가 신뢰도 해석 결과에 영향을 미치는 것을 알 수 있었다. 따라서 신뢰성 해석을 수행할 경우 합리적인 결과를 얻기 위해서는 확률변수 사이의 공간적 상관관계 역시 고려할 필요가 있음을 알 수 있다.

(a) Probability of Failure

(b) Reliability Index

Fig. 6. Reliability Analysis with Different Spatial Correlation Coefficients

4. 결 론

본 연구에서는 트러스 구조물을 대상으로 신뢰성 해석을 수행하였으며, 이때 한계상태식을 전역적 관점에서의 사용성 한계상태와 국부적 관점에서의 응력 한계상태로 나누어 결과를 분석하였다. 구조손상에 의한 신뢰도 지수는 한계상태에 무관하게 손상이 증가할수록 신뢰도 지수가 감소함을 알 수 있었으며, 손상부재에 따라 그 영향은 달리 나타남을 알 수 있었다. 손상부재에 따른 영향을 일반적으로 사용하는

처짐 및 응력에 대한 미분값을 사용하는 방법 외에 Level II 신뢰성 해석을 통하여 구할 수 있는 MPFP 점에서의 민감도를 이용하여 분석하였고, 이를 통하여 중앙부 하현재의 민감도가 가장 큰 것을 알 수 있었다. 또한 확률변수 간의 공간적 상관관계에 따른 파괴확률의 변화를 분석함으로써 공간적 상관관계 역시 신뢰성 해석 결과에 영향을 미치는 것을 확인하였다. 따라서 신뢰성 해석 방법을 이용하여 구조물을 보다 안전하게 설계하고, 유지관리하기 위해서는 단면적 감소 등의 손상 정보를 정확하게 반영해 줌과 동시에 각 확률변수 간의 상관관계에 대한 자료를 사용하는 것이 필요함을 알 수 있었다.

이 연구에서는 단면적 등을 고정된 값으로 고려하였으나, 추후 실제 구조물의 계측자료를 이용하여 구조손상평가 및 신뢰성 해석을 수행하는 과정에서는 손상평가 시 포함될 수 있는 계측잡음 및 모델의 불확실성의 영향을 고려할 수 있도록 단면적 등의 재원도 확률변수로 고려할 필요가 있을 것으로 사료되며, 또한 다경간 콘크리트 교량과 같이 좀 더 복잡한 구조물에 대해서도 구조손상 및 공간적 상관관계가 신뢰성 해석에 미치는 영향을 분석할 필요가 있다.

감사의 글

본 연구는 한국해양과학기술원(KIOST)의 “해양에너지 및 항만-해양구조물 실용화 기술개발(PE99731)” 및 산업통상자원부가 지원하는 “ARC7 Class Offshore Structures의 기본 설계 기술 개발(10063417)”의 연구비 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

References

- Bourinet, J.-M. (2010). *FERUM 4.1 user's guide*.
- Bourinet, J.-M. Matrand, C., Dubourg, V. (2009). A review of recent features and improvements added to FERUM software. *Proceedings of the 10th International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR'09)*, Osaka, Japan.
- Bucher, C.G., and Bourgund, U. (1990). A fast and efficient response surface approach for structural reliability problem. *Structural Safety*, Vol. 7, No. 1, pp. 57-66.
- Cho, T., and Kim, C.-K. (2016). Optimum design and reliability assessment for the foundation of prestressed concrete pole. *Journal of the Korean Society for Advanced Composite Structures*, Vol. 7, No. 2, pp. 16-23.
- Dey, P., Walbridge, S., and Narasimhan, S. (2018). Evaluation of design provisions for pedestrian bridges using a structural reliability framework. *Journal of Bridge*

- Engineering, Vol. 23, No. 2, Article ID 04017132.
- Frangopol, D.M., Kong, J.S., and Gharaibeh, E.S. (2001). Reliability-based life-cycle management of highway bridges. *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 27-34.
- Federal Highway Administration (FHWA). (2011). *Serviceability limits and economical steel bridge design*. Publication No. FHWA-HIF-11-044.
- Hasofer, A.M., and Lind, N.C. (1974). Exact and invariant second-moment code format. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 100, No. 1, pp. 111-121.
- Haukaas, T., Hahnel, A., Sudret, B., Song, J., Franchin, P. (2001). *FERUM (Finite Element Reliability Using MATLAB) user's guide, Version 3.0*.
- Huh, J.W. (2003). A hybrid algorithm for finite element reliability analysis of real structures. *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 23, No. 6A, pp. 1321-1329.
- Jamali, S., Chan, T.H.T., Nguyen, A., Thambiratnam, D.P. (2019). Reliability-based load-carrying capacity assessment of bridges using structural health monitoring and nonlinear analysis. *Structural Health Monitoring*, Vol. 18, No. 1, pp. 20-34.
- Jung, H.W., Huh, J.W., Ahn, S.W., and Lee, J.H. (2012). Probabilistic structural safety assessment of quay walls using LHS-based reliability analysis method. *Proceedings of the Korean Association of Ocean Science and Technology Societies Joint Conference*, pp. 1541-1545.
- Kim, J.J., and Noh, H.-C. (2012). Design optimization of blast resistant CFRP-steel composite structure based on reliability analysis. *Journal of the Korean Society for Advanced Composite Structures*, Vol. 3, No.4, pp. 10-16.
- Kim, J.S., Jung, S.H., Kim, J.H., Lee, K.M., and Bae, S.H. (2006). Probability-based durability analysis of concrete structures under chloride attack environments. *Journal of the Korea Concrete Institute*, Vol. 18, No. 2, pp. 239-248.
- Kim, S.W., Suh, K.D., and Oh, Y.M. (2006). Comparative study of reliability design methods by application to Donghae Harbor breakwaters. 2. Sliding of caissons. *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, Vol. 18, No. 2, pp. 137-146.
- Newhook, J.P., and Edalatmanesh, R. (2013). Integrating reliability and structural health monitoring in the fatigue assessment of concrete bridge decks. *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol. 9, No. 7, pp. 619-633.
- Ni, Y.Q., Wat, K.F., Ko, J.M., Hua, X.G. (2006). Damage evaluation of truss bridges using a reliability-based assessment technique. *Proceedings of the Asia-Pacific Workshop on Structural Health Monitoring*. Yokohama, Japan, pp. 262-269.
- Okasha, N.M., Frangopol, D.M., Saydam, D., and Salvino, L.W. (2011). Reliability analysis and damage detection in high-speed naval craft based on structural health monitoring data. *Structural Health Monitoring*, Vol. 10, No. 4, pp. 361-379.
- Park, D.H., Park, E.S., Song, W.K., and Ryu, D.W. (2010). Reliability assessment of tunnel support systems using a probability: Based method. *Tunnel and Underground Space*, Vol. 20, No. 1, pp. 39-48.
- Strauss, A., Karimi, S., Kopf, F., Capraru, C., and Bergmeister, K. (2015). Monitoring-based performance assessment of rail-bridge interaction based on structural reliability. *Structural Concrete*, Vol. 16, No. 3, pp. 342-355.
- Yang, Y.S., Suh, Y.S., and Lee, J.O. (1999). *Structural reliability engineering*. Seoul: Seoul National University Press, pp. 47-99.
- Yi, J.-H., and Han, T.H. (2016). Reliability analysis on wind turbine tower structures with composite section. *J. Korean Soc. Hazard Mitig.*, Vol. 16, No. 4, pp. 185-194.
- Zhu, B., and Frangopol, D.M. (2013). Reliability assessment of ship structures using Bayesian updating. *Engineering Structures*, Vol. 56, pp. 1836-1847.

Received	July 2, 2018
Revised	July 10, 2018
Accepted	February 13, 2019