지진방재

# 반응표면법을 활용한 매설 배관의 내진 구조해석 및 안전성 평가 모델 제안

Seismic Structural Analysis of Buried Pipelines and Safety Evaluation Model Based on Response Surface Method

최양록\*·안호준\*\*·권경록\*\*\*·장윤찬\*\*\*\*·김영표\*\*\*\*\*·공정식\*\*\*\*\*\* Choi, Yangrok<sup>\*</sup>, Ann, Hojune<sup>\*\*</sup>, Kwon, Kyungrok<sup>\*\*\*</sup>, Jang, Yun-Chan<sup>\*\*\*\*</sup>, Kim, Young-Pyo<sup>\*\*\*\*\*</sup>, and Kong, Jung Sik<sup>\*\*\*\*\*\*</sup>

#### Abstract

Based on the earthquakes that occurred recently in Gyeongju and Pohang provinces, the Korea Peninsula needs to be prepared for a strong earthquake that might occur in the future. In this study, a strain tendency model based on the response surface method was used to analyze buried straight pipelines. The strains of the buried pipelines were computed through structural dynamics analysis, considering the section properties and ground types. In the case of the buried straight pipelines, this strain tendency model provided the necessary information for setting the strain-based design and a guideline for predicting post-earthquake damages in the Korea Peninsula.

Key words: Earthquake, Buried Pipelines, RSM, Structural Dynamics Analysis, Strain Tendency Model

## 요 지

최근 국내에서 발생한 경주지진과 포항지진으로 인해 한반도는 약진 지역이라는 생각에서 벗어나 중·강진에 대한 대비가 필요할 것이라고 예상된다. 본 연구에서는 매설 배관의 물성값 및 지반조건 등을 고려한 구조해석을 수행하였으며, 반응표면법을 활용해서 직선 배관을 평가할 수 있는 변형률 분석 모델을 제시하였다. 변형률 분석 모델은 매설 배관의 변형률 기반 설계의 활용자료로 사용될 수 있으며, 한반도에 지진 발생 시 배관의 피해 현황 파악에 있어서 변형률이 크게 발생할 것으로 예상되는 직선 배관을 우선으로 검토할 수 있는 근거자료로 사용할 수 있을 것으로 판단된다.

핵심용어:지진, 매설 배관, 반응표면법, 구조해석, 변형률 분석 모델

# 1. 서 론

2016년 이후 규모 5.8의 경주지진(Fig. 1)을 비롯하여 2017

년 규모 5.4의 포항지진까지 2000년대 이후에 규모 5.0을 넘어서는 지진의 빈도가 잦아지는 추세이다. 과거 한반도의 지질학적 위치와 역사지진 기록을 분석해 보면 가까이 위치

\*정회원, 고려대학교 건축사회환경공학과 석사과정(E-mail: azsxdc93@korea.ac.kr)

Member, Master's Course, School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, Korea University

\*\*미국 노스캐롤라이나 주립대학교 토목공학과 박사과정

Ph.D. Student, Department of Civil, Construction and Environmental Engineering, NC State University \*\*\*고려대학교 건축사회환경공학과 석사과정

\*\*\*\*\*\*교신저자, 정회원, 고려대학교 건축사회환경공학과 교수(Tel: +82-2-3290-3323, Fax: +82-2-3290-5999, E-mail: jskong@korea.ac.kr) Corresponding Author, Member, Professor, School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, Korea University

Master's Course, School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, Korea University

<sup>\*\*\*\*</sup>한국가스공사 가스연구원 박사

Ph.D., KOGAS Research Institute, KOGAS

<sup>\*\*\*\*\*</sup>한국가스공사 가스연구원 박사

Ph.D., KOGAS Research Institute, KOGAS



Fig. 1. Damage Examples Caused by the Gyeongju Earthquakes, 2016

한 일본에 비해 상대적으로 안전지역으로 인식되어 왔다. 그러나, 최근 들어 한반도도 절대 지진으로부터 안전하지 않다는 일부 학자들의 견해도 제시되고 있다. 이러한 지진 발생으로 인해 국민적 관심과 불안감이 증가하고 있으며, 지진 발생 시 대규모 인명피해 및 재산피해를 초래할 뿐만 아니라 국가 경제와 안보에 직접 영향을 미치는 사회기반시 설 및 에너지 설비에 대한 내진 성능 검토의 필요성이 증대되 고 있다. 에너지 설비 중에서도 특히 가스 배관은 에너지 소비 중 가스의존도가 매우 높은 비율을 차지하고 있으며, 지진 발생 시 배관의 직접적 파손뿐만 아니라 가스누출, 전기스파크로 인한 2차 피해가 발생할 수 있는 구조물이다. 샌프란시스코 지진은 대표적인 지진 화재에 의한 피해사례 이며, 1906년 4월 18일 북부 캘리포니아 해안을 강타하여, 큰 지진과 더불어 며칠 동안 화재가 지속되었다(Fig. 2). 이로 인해 3,000여 명이 희생되었고, 샌프란시스코의 80%가 파괴되었으며, 약 30만 명에 이르는 사람들이 집을 잃었다. 피해액은 4억 달러로 추산되며 보험업계의 추산으로는 2억3 천5백만 달러(2005년의 가치로 49억 달러에 해당) 한다고 한다(Smith, 2006).국내의 경우 지중에서는 상대적으로 지진 력이 감소한다는 특징과 내진설계 기준이 주로 강진지역을 기준으로 적용하였기 때문에 지중구조물에 대하여 내진설 계를 실시한 사례가 많지 않다. 또한, 국민안전처에서 시설별 내진설계 기준의 일관성 유지를 위하여 2017년도에 내진설 계 기준 공통 적용사항을 발표하면서 개정된 지반분류조건, 지진성능 분류체계 등을 제시하고 있다. 이러한 상황변동에 따라 개정된 매설 가스 배관의 내진 성능평가와 실용적으로 엔지니어가 현장에서 배관을 평가할 수 있는 절차구축의 필요성에 의해 본 연구가 수행되었다.

국외의 매설 배관의 지진해석 방법에는 구조물-지반의 상호작용을 고려하지 않은 해석(Newmark and Rosenblueth, 1971; Hindy and Novak, 1979)과 상호작용을 고려한 해석 (Hindy and Novak, 1980; Yuan and Walker, 1970; Wong



Fig. 2. San Francisco, 1906

and Weidlinger, 1983; Datta and Mashaly, 1986), 단층운동, 산사태, 액상화와 같은 영구지반변형을 고려한 해석(Kennedy, 1977; Takada et al., 1987; O'Rourke and Liu, 2012; Revie, 2015) 등으로 나눌 수 있다. 국내에서 Lee et al. (2007)은 사용된 매설 배관 API 5L X65를 선택하여 시간이력해석을 수행하였으며, 지진파와 매설 깊이, 지반의 특성 등을 변수로 한 변형률이 지반과 매설 깊이에 크게 영향을 받는다고 결론낸 바 있다. Lee et al. (2015)는 매설 배관의 내진 성능을 평가하기 위해서 GIS를 적용한 취약도 적용방안을 제시하였다.

본 연구에서는 한국가스공사에서 사용하고 있는 가스 배관의 경우를 선택하여, 매설 배관의 형태, 매설지반의 특성, 매설 깊이 및 지진 강도 등을 변수로 정하여 시간이력해 석을 수행하였다. 매설 배관의 경우 장대 구조물이기 때문에, 지상의 구조물과는 달리 스펙트럼해석은 가스 배관에 유효 하지 않기 때문에 더 적합한 시간 이력해석을 선택하였다. 또한, 반응표면법(Response Surface Method, RSM)의 경향 성 분석을 통해, 다른 배관 종류에서도 간략하게 매설 배관의 변형률로 성능을 평가할 수 있도록 직관의 내진 안전성 평가모델을 제안하였다.

## 2. 해석모델

#### 2.1 Winkler Foundation Spring Model

매설 가스 배관을 유한요소해석모델로 제작하여 내진 성능평가를 하기 위해서는 지반과 배관의 상호작용(Soil Structure Interaction, SSI) 고려가 필요하다. 본 연구에서는 지반의 강성을 등가의 탄성 스프링으로 대체하여 고려하는 Winkler Foundation Spring을 사용하였다. Winkler Foundation Spring은 Fig. 3(a)처럼 이루어져 있는 실제 매설 가스 배관과 지반을 Fig. 3(b)와 같이 지반의 강성을 요소들 사이의 상호작 용 없이 독립적으로 작용하는 여러 개의 절점 스프링으로 치환하여 해석하는 방법이다. 지반과 매설 배관 사이의 상호



(a) Actual Three-dimensional Soil Restraint on Pipeline



(b) Idealized Representation of Soil with Discrete Springs



(c) Bi-linear Soil Spring Used to Represent Soil Force on Pipe Fig. 3. Pipeline Modeling Approach (ASCE, ALA)

작용을 표현하기 위하여 비선형 스프링을 사용하며, 스프링 은 Fig. 3(c)와 같이 방향별 하중-변위에 대한 관계로 나타나 며, 표현 식은 American Lifelines Alliance (2001)에서 배관실 험을 통해 개발되었다. Fig. 3(c)에서 나타나는  $\Delta P$ 는 스프링 으로 이상화한 횡 방향 지반이 항복하는 변위를 나타내며  $P_u$ 는 항복할 때의 힘을 나타낸다. 마찬가지로  $\Delta t$ 와  $\Delta qd$ 는 각각 축 방향, 수직 방향의 스프링이 항복할 때의 변위를 나타내며,  $T_u$ 와  $Q_u$ 는 각각의 스프링이 항복하는 힘을 나타 낸다.

매설 배관의 단위 길이당 축 방향 스프링 계수, 횡 방향 스프링 계수, 수직 방향 상향(uplift) 스프링 계수 그리고 수직 방향 하향(bearing) 스프링 계수는 표현 식 Eqs. (1)-(4)에 의해 각각 구할 수 있다.

$$T_u = \pi D\alpha c + \pi D H \overline{\gamma} \frac{1 + K_0}{2} tan\delta \tag{1}$$

$$P_u = N_{ch}cD + N_{qh}\bar{\gamma}HD \tag{2}$$

$$Q_u = N_{cv}cD + N_{qv}\overline{\gamma}HD \tag{3}$$

$$Q_d = N_c cD + N_q \overline{\gamma} HD + N_\gamma \gamma \frac{D^2}{2}$$
<sup>(4)</sup>

Eqs. (1)-(4)에서 D는 배관의 외경, α는 지반의 부착계수,

c는 점착력, H는 지표면에서 매설 배관의 중심까지의 거리,  $\gamma$ 는 지반의 총 단위중량,  $\overline{\gamma}$ 는 지반의 유효 단위중량,  $K_0$ 는 토압계수,  $\delta$ 는 지반과 매설 배관 사이의 마찰각,  $N_{ch}$ 는 점성 토의 수평 지지력 계수,  $N_{qh}$ 는 사질토의 수평 지지력 계수,  $N_{cv}$ 는 점성토의 수직 상향계수,  $N_{qv}$ 는 사질토의 수직 상향계 수 그리고  $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_{\gamma}$ 는 수직 방향 하향(bearing)의 지지력 계수를 나타낸다.

#### 2.2 매설 배관의 해석모델

매설 가스 배관을 다양한 조건에서의 내진 성능평가를 하기 위하여 상용 유한요소 해석 프로그램인 ABAQUS/ Explicit을 사용하여 구조해석을 수행하였다. 매설 배관의 요소(Element Type)는 쉘 요소(Shell Element, S4R)로 구성 되어있으며, 매설 배관의 길이는 120 m로 모델링 하였다. 본 연구에서는 Lee et al. (2007)에서 사용한 기본가정을 참고하였는데, 가정사항은 매설 가스 배관은 지하수위 위쪽 에 위치, 부양 효과 배제, 지반의 중량은 건조단위 중량으로 가정하였다. 배관을 구성하는 요소의 물성값이 모두 일정하 다고 가정하여, 배관 전체에 동일한 물성값을 적용하였다. 매설 배관 주변 지반을 표현하기 위하여 Winkler Foundation Spring을 사용하였는데, 배관의 축 방향, 횡 방향은 대칭적인 움직임을 가정하고, 수직 방향은 비대칭적인 움직임을 가정 하는 비선형 스프링을 사용하였다. 본 연구에서는 Lee et al. (2007)를 참고하여 해석모델을 생성하였지만, 배관 양끝 의 경계조건에 대해서는 매설 배관의 연속성을 표현하기 위하여 Equivalent Boundary Spring로 사용하였다. 내진 성 능평가를 수행하기 위해서 시간이력해석을 사용하였는데, 이때 입력 지진파는 0.01초 시간 간격으로 3,000개로 이루어 진 경주지진의 시간이력데이터를 사용하였다. ABAQUS/ Explicit를 이용하여 제작한 모델은 Fig. 4와 같이 나타난다.



Fig. 4. Abaqus Model

#### 2.3 모델검증

해석모델의 타당성을 검증하기 위해 Lee et al. (2007)에서 사용된 Zeus-NL 해석모델과 본 연구에서 제작한 Abagus 해석모델에 동일한 조건의 Winkler Foundation Spring 계수와 동일한 지진 하중을 사용하여 축 방향 변형률을 비교하였다. 기존 Zeus-NL의 경우 배관 양 끝의 경계조건이 Fixed-Fixed 조건으로 이루어져 있는데, 본 연구에서 사용한 Abaqus 해석모델에서는 연속적인 배관 모델을 표현하기 위해 양 끝의 Fixed-Fixed 조건은 적합하지 않다고 판단하여 Liu et al. (2004a, 2004b)에서 제안하는 매설 배관의 연속성을 고려할 수 있는 경계조건인 Equivalent Boundary Spring을 사용하였다. 양 끝의 경계조건을 제외한 배관의 외경, 두께, 지반조건은 610 mm와 14.3 mm, Loose Sand로 통일하고, 깊이에 따른 축 방향 변형률을 비교하였다. 두 모델의 경계조 건이 다르기 때문에, 비교를 수행한 축 방향 변형률은 경계조 건의 영향을 가장 적게 받을 것으로 판단되는 중앙부의 값을 비교하여 Fig. 5에 그래프로 나타내었다. 이전 연구의 Zeus-NL 해석모델과 본 연구의 Abaqus 해석모델의 깊이에 따른 축 방향 변형률의 오차율은 평균적으로 10% 이내로 나타났다. Beam 요소로 이루어진 Zeus-NL의 해석모델과 Shell 요소로 이루어진 Abaqus 해석모델의 차이(ABAQUS, 2016), 해석 방식 및 경계조건의 차이를 고려했을 때, 두 해석모델은 유사 한 경향을 보이기에, 본 연구에서 Abaqus를 통하여 제작한 해석모델은 영향인자에 대한 매설배관의 경향을 분석할 수 있는 타당한 모델이라고 판단하였다. 또한, 경계조건 부분 에 선행연구 모델처럼 Fixed-Fixed를 사용하지 않고 Equivalent Boundary Spring을 사용하였기 때문에 더 현실적인 배관의 거동을 표현했다고 할 수 있다.



Fig. 5. Axial Strain Response of the Pipeline

#### 2.4 Equivalent Boundary Spring

선행연구에서 사용한 해석 모델(Lee et al., 2007)은 경계조 건이 Fixed-Fixed, Pin-Pin, Fixed-Pin으로 변함에 따라 변형률 값이 상당한 차이가 나는 것을 확인할 수 있는데, 본 연구에서 는 경계조건에서의 실제 매설 배관의 연속성, 매설 배관과 지반의 상호작용을 고려하기 위하여 Equivalent Boundary Spring을 사용하였다. Equivalent Boundary Spring은 Winkler Foundation Spring과 같이 하중-변위 관계로 나타내며, Liu et al. (2004a, 2004b)는 매설 배관의 길이, 지반 및 매설 배관의 탄성 변형, 배관-지반 경계면에서의 마찰을 고려한 Equivalent Boundary Spring의 간략식을 제시하였고,  $u_0/4 << \Delta_L$ 일 때 표현 식 Eq. (5)로 제시하였다.

$$F(\Delta_L) = \sqrt{(2f_s A E \Delta_L)} \qquad u_0 / 4 \ll \Delta_L \tag{5}$$

위의 식 Eq. (5)에서 A는 배관의 단면적, E는 배관의 탄성계수, f<sub>s</sub>는 매설 배관의 단위 길이당 축 방향 힘, u<sub>0</sub>는 배관의 항복변위를 나타내고, △<sub>L</sub>은 배관의 연신률을 나타 낸다.

## 3. 경향성 분석을 위한 변수 선정

#### 3.1 배관의 재원

유한요소해석모델에 사용된 매설 배관의 물성값은 국내 에서 많은 배관에 사용되고 있는 재질인 API 5L X70을 선택하였고, 배관의 형상과 관련하여 배관의 외경(D)과 두 께(t)를 변수로 선정하였다. 외경의 경우 지반의 강성요소를 표현한 스프링 계수 계산 시 모든 표현 식에 포함되어있고, 두께의 경우 경계조건을 나타내는 스프링 계수 계산 시에 포함되어있다. 또한, 외경과 두께의 경우 매설 배관의 단면 2차 모멘트에 영향을 주게 되는데, 단면 2차 모멘트는 구조물 이 외력에 저항하는 성능인 강성에 직접 관련되어 있으므로, 외경과 두께가 매설 배관의 내진 성능에 영향을 줄 것으로 판단하여 변수로 선정하였다.

## 3.2 배관의 매설 깊이

매설 배관은 다양한 깊이에 존재하기 때문에 이에 대한 영향을 평가하기 위해서 배관의 매설 깊이를 변수로 선정하 였다. 얕은 지반에서는 배관을 구속하는 지반의 강성이 깊은 지반보다 상대적으로 작게 나타나므로, 매설 깊이에 대한 변수 검토가 필요하다고 판단했으며, 지진 발생 시 매설 깊이가 얕아 작은 강성을 가지는 지반의 흔들림이나 묻힌 배관이 지진에 의해 표충으로 노출되는 피해가 발생할 수 있을 거라 예측된다. 또한, 본 연구에서는 직선 배관에 대해서만 연구범위를 한정하고 있으나, 추후 곡선 배관에 관한 내용을 추가연구로 수행하였을 때, 연속된 관이 매설 깊이가 급격하게 변하면서 깊이에 따른 강성차이가 지진 발생 시 큰 곡선 배관에 큰 변형률을 일으킬 수 있으므로 곡선 배관에서는 매설 깊이가 더 중요한 변수로 작용할 수 있음을 고려하였다.

#### 3.3 설계 응답 스펙트럼

한국가스공사에서 사용하는 내진설계 기준에 따르면, 설계 응답 스펙트럼 생성에 사용되는 지반 분류를 전단파속도 와 기반암까지의 깊이에 따라서  $S_1 \sim S_6$ 로 분류한다(KGS GC204, 2019). 이 중 가스 배관이 실제로 매설되는 지반 분류인  $S_2 \sim S_5$ 와 내진 특등급에 해당하는 가스 배관의 등급 조건에 따라서 재현주기 2400년을 가지는 네 가지 설계 응답 스펙트럼을 생성하였다(Fig. 6).

생성된 네 가지 설계 응답 스펙트럼에 스펙트럼 부합 방법(Spectral Matching)을 사용하여 지반 분류에 따른 지진 파를 네 가지 생성하였다. 스펙트럼 부합방법은 실제 지진을 목표 응답 스펙트럼과 부합하게 하는 방법으로 인공지진파 생성 방법의 하나다(Kim, 2017). 스펙트럼 부합방법을 사용 하기 위해서 SeismoMatch2018 프로그램을 사용하였고, 부 합에 사용한 실제 지진파는 국내에서 발생한 지진 중 역대 규모가 가장 큰 지진인 경주지진(규모 5.8)을 선택하였다.



Fig. 6. Design Response Spectrum

#### 3.4 지반조건

Winkler Foundation Spring에서는 지반조건을 사질토와 점성토에 대해서 각각 두 가지 조건으로 나누어, 총 네 가지 조건으로 지반을 분류한다. 본 연구에서는 네 가지 해당 네 가지 조건과 선행 연구인 Lee et al. (2007)을 참고하여 Dense Sand( $\phi = 35^{\circ}$ ), Loose Sand( $\phi = 25^{\circ}$ ), Stiff Clay  $(\Phi = 0^\circ, c = 0.03 \text{ MPa})$   $\exists \exists \exists \exists Soft Clay(\Phi = 0^\circ, c = 0.0168)$ MPa)로 지반조건을 분류하였다. Table 1은 Terzaghi & Peck이 제안한 표준관입시험 N치에 따른 사질토와 점성토의 상대밀 도와 연경도를 나타낸다. 이 기준에 맞추어 Winkler Foundation Spring의 지반조건을 N치를 적용해 분류하였다. 국내 스펙 트럼 생성에 이용되는 지반 분류의 경우 전단파속도에 의해 서 결정되는데, N치에 따라서 분류한 Winkler Foundation Spring 지반조건을 국내 지반 분류에 적용하기 위해서, 전단 파속도와 N치와의 관계에 대한 연구(Sun et al., 2013)에서 국내 지반에 대해 제안하는 상관관계식인 Eq. (6)를 사용하 여 N치에 따라 전단파속도를 계산하였고, Table 2와 같이 스펙트럼에 따른 지반조건을 결정하였다.

 $V_s = 65.64 N^{0.407} \tag{6}$ 

상관관계식 Eq. (6)에서 V<sub>s</sub>는 평균 전단파속도를 나타내고, N은 표준관입시험의 N치를 나타낸다.

Table 1. Relative density and Soil Characteristics based on N SPT Value (Terzaghi & Peck)

S	and	С	lay
N SPT Value	Relative Density	N SPT Value	Consistency
0-4	Very Loose	<2	Very Soft
4-10	Loose	2-4	Soft
10-30	Medium	4-8	Medium
30-50	Dense	8-15	Stiff
>50	Very Dense	15-30	Very Stiff
		>30	Hard

Spectrum	Shear Wave Velocity	Soil Type
S2	$\geq$ 260 $m/s$	Dense Sand
S3	< 260 $m/s$	Dense Sand, Loose Sand, Stiff Clay, Soft Clay
S4	$\geq$ 180 $m/s$	Dense Sand, Stiff Clay
S5	< 180 $m/s$	Loose Sand, Stiff Clay, Soft Clay

Table 2. Soil Classification in Korea Based on Mean Shear Wave Velocity of Soil

## 4. 매설 가스 배관의 유한요소해석

#### 4.1 유한요소해석 모델의 종류

매설 가스 배관의 시간이력해석을 수행하기 위해서 앞에서 선정한 변수들에 대하여 유한요소해석 모델을 제작하고 Winkler Foundation Spring 계수를 산정하였다. 매설 배관 모델은 외경(0.508 m, 0.610 m, 0.660 m, 0.762 m), 두께(0.0119 m, 0.0127 m, 0.0143 m, 0.0175 m), 매설 깊이(0.5 m, 1.2 m, 4.0 m, 10.0 m)를 고려하고 각각의 변수에 대하여 네 가지 경우로 나누어 매설 배관의 내진 성능에 미치는 영향을 검토하 였다. 본 연구에서 고려한 매설 배관의 유한요소해석모델과 Winkler Foundation Spring 계수는 Tables 3부터 6까지 나타내 었으며, 이는 네 가지 지반조건(Dense Sand, Loose Sand, Stiff Clay, Soft Clay)을 고려한 모델이다. 각각의 경우에 대하여 Abaqus를 통한 유한요소해석을 수행하였으며, 매설 배관의 변형 성능은 축 방향 변형률을 기반으로 평가하기 때문에 해석모델별 축 방향 변형률을 검토하였다.

#### 4.2 매설 가스 배관의 축 방향 변형률

경주지진을 스펙트럼 부합방법을 통해  $S_2 ~ S_5$ 에 맞추어 생성한 지진파를, Table 2에 해당하는 지반조건에 적용하여 유한요소해석을 수행하였다. Tables 7과 8은 유한요소해석결 과에 대한 예시로써  $S_3$  스펙트럼에 부합시킨 지진파를 Dense Sand와 Loose Sand 지반조건에 대하여 유한요소해석을 수행 하여 얻은 매설 가스 배관의 최대 축 방향 변형률이다. 본 연구에서는 이와 같은 방법으로 각각의 지진파를 해당하는 지반조건에 대하여 해석을 수행하고 배관의 최대 축 방향 변형률을 산정하였다. 또한, 해석을 통하여 얻어낸 조건별 최대 축 방향 변형률을 활용하여 매설 배관의 변형 성능을 예측할 수 있는 경향성 분석을 수행하였다.

Table 3. Analytical Models of Buried Pipeline and Spring Stiffness in Dense Sand Soil

D (m)	t (m)	) $D/t$ z (m)		Stiffness &	Axial	Lateral	Vertical	Direction	Equivalent
D (m)	ι (m)	D/t	z (m)	displacement	Direction	Direction	Uplift	Bearing	Boundary Springs
0.509	0.0142	25.50	4.0	Stiffness (N/m)	50.33	724.57	281.42	1,519.46	50,332.76
0.508	0.0145	33.32	4.0	Δ (m)	0.003	0.076	0.043	0.051	0.259
0.610	0.0142	12 66	4.0	Stiffness (N/m)	61.16	824.76	288.21	1,871.99	61,163.52
0.010	0.0145	42.00	4.0	Δ (m)	0.003	0.091	0.043	0.061	0.257
0.660	0.0142	46.15	4.0	Stiffness (N/m)	66.56	873.05	291.57	2,050.59	66,561.23
0.000	0.0145	40.15	4.0	Δ (m)	0.003	0.099	0.043	0.066	0.256
0.762	0.0142	52 20	1.0	Stiffness (N/m)	77.75	970.35	298.48	2,426.76	77,753.10
0.762	0.0145	33.29	4.0	Δ (m)	0.003	0.114	0.044	0.076	0.254
0.610	0.0110	51.26 4.0	4.0	Stiffness (N/m)	61.16	824.76	288.28	1,871.99	61,163.52
0.010	0.0119	51.20	4.0	Δ (m)	0.003	0.092	0.043	0.061	0.216
0.610	0.0127	18 02	4.0	Stiffness (N/m)	61.16	824.76	288.28	1,871.99	61,163.52
0.010	0.0127	46.05	4.0	Δ (m)	0.003	0.092	0.043	0.061	0.230
0.610	0.0175	21.96	4.0	Stiffness (N/m)	61.16	824.76	288.28	1,871.99	61,163.52
0.010	0.0175	34.80	4.0	Δ (m)	0.003	0.092	0.043	0.061	0.313
0.610	0.0143	12 66	0.5	Stiffness (N/m)	11.44	88.74	10.08	482.23	11,437.08
0.010	0.0143	42.00	0.5	Δ (m)	0.003	0.044	0.008	0.061	1.366
0.610	0.0143	12 66	1.2	Stiffness (N/m)	21.38	197.74	35.22	760.18	21,382.37
0.010	0.0145	42.00	1.2	Δ (m)	0.003	0.072	0.015	0.061	0.732
0.610	0.0142	12 66	10.0	Stiffness (N/m)	146.41	2,757.29	1,651.42	4,254.42	146,408.85
0.010	0.0143	42.00	10.0	Δ (m)	0.003	0.092	0.061	0.061	0.109

$D_{(m)}$	t (m)	D/4	(m)	Stiffness &	Axial	Lateral	Vertical	Direction	Equivalent Boundary
D (m)	ι (m)	D/l	z (m)	displacement	Direction	Direction	Uplift	Bearing	Springs
0.508	0.0142	25.50	4.0	Stiffness (N/m)	38.10	282.64	201.02	469.10	38,100.49
0.508	0.0143	35.52	4.0	Δ (m)	0.005	0.076	0.054	0.051	0.342
0.610	0.0142	12 66	4.0	Stiffness (N/m)	46.30	329.28	205.86	574.26	46,299.07
0.010	0.0145	42.00	4.0	Δ (m)	0.005	0.092	0.061	0.061	0.336
0.660	0.0142	16 15	4.0	Stiffness (N/m)	50.38	352.05	208.26	627.16	50,384.99
0.000	0.0145	40.13	4.0	Δ (m)	0.005	0.099	0.066	0.066	0.338
0.762	0.0142	52.20	4.0	Stiffness (N/m)	58.86	398.24	213.20	737.79	58,856.92
0.762	0.0145	55.29	4.0	Δ (m)	0.005	0.114	0.076	0.076	0.335
0.610	0.0110	51.26	51.26 4.0	Stiffness (N/m)	46.30	329.28	205.86	574.26	46,299.07
0.010	0.0119	51.20		Δ (m)	0.005	0.092	0.061	0.061	0.284
0.610	0.0127	18 02	4.0	Stiffness (N/m)	46.30	329.28	205.86	574.26	46,299.07
0.010	0.0127	48.05		Δ (m)	0.005	0.092	0.061	0.061	0.302
0.610	0.0175	24.96	4.0	Stiffness (N/m)	46.30	329.28	205.86	574.26	46,299.07
0.010	0.0175	54.80	4.0	Δ (m)	0.005	0.092	0.061	0.061	0.412
0.610	0.0142	12.66	0.5	Stiffness (N/m)	8.66	41.23	7.20	129.23	8,657.55
0.010	0.0145	42.00 0.5	Δ (m)	0.005	0.044	0.016	0.061	1.804	
0.610	0.0142	12 66	1.2	Stiffness (N/m)	16.19	88.55	25.16	218.24	16,185.86
0.010	0.0143	42.00	1.2	$\Delta$ (m)	0.005	0.072	0.030	0.061	0.966
0.610	0.0142	12 66	10.0	Stiffness (N/m)	110.83	996.10	1,179.59	1,337.17	110,827.40
0.010	0.0143	42.00	10.0	Δ (m)	0.005	0.092	0.061	0.061	0.143

Table 4. Analytical Models of Buried Pipeline and Spring Stiffness in Loose Sand Soil

Table 5. Analytical Models of Buried Pipeline and Spring Stiffness in Stiff Clay Soil

D (m)	t (m)	D/4	- ()	Stiffness &	Axial	Lateral	Vertical	Direction	Equivalent Boundary		
D (m)	ι (m)	D/t	z (m)	displacement	Direction	Direction	Uplift	Bearing	Springs		
0.509	0.0142	25.50	4.0	Stiffness (N/m)	47.74	109.41	127.62	121.01	47,708.01		
0.508	0.0143	35.52	4.0	Δ (m)	0.008	0.076	0.102	0.102	0.273		
0 (10	0.0142	12 ((	4.0	Stiffness (N/m)	57.29	129.09	129.15	145.97	57,287.18		
0.010	0.0143	42.00	4.0	Δ (m)	0.008	0.092	0.122	0.122	0.275		
0.((0	0.01.42	46.15	4.0	Stiffness (N/m)	61.98	138.63	129.90	158.29	61,982.85		
0.000	0.0143	40.15	4.0	Δ (m)	0.008	0.099	0.132	0.132	0.275		
0.7(2)	0.0142	52.20	4.0	Stiffness (N/m)	71.56	157.87	131.43	183.57	71,562.02		
0.762	0.0145	33.29	4.0	Δ (m)	0.008	0.114	0.152	0.152	0.276		
0.610	0.0110	51.26 4.0	4.0	Stiffness (N/m)	57.29	129.09	129.15	145.97	57,287.18		
0.010	0.0119	51.20	0 4.0	Δ (m)	0.008	0.092	0.122	0.122	0.230		
0 (10	0.0127	49.02	4.0	Stiffness (N/m)	57.29	129.09	129.15	145.97	57,287.18		
0.010	0.0127	40.05	40.05	4.0	40.03 4.0	Δ (m)	0.008	0.092	0.122	0.122	0.245
0 (10	0.0175	24.96	4.0	Stiffness (N/m)	57.29	129.09	129.15	145.97	57,287.18		
0.010	0.0175	34.80	4.0	Δ (m)	0.008	0.092	0.122	0.122	0.334		
0 (10	0.01.42	12 ((	0.5	Stiffness (N/m)	57.29	97.94	48.30	104.23	57,287.18		
0.010	0.0143	3 42.66 0.5	0.5	Δ (m)	0.008	0.044	0.081	0.122	0.275		
0 (10	0.0142	12 ((	1.2	Stiffness (N/m)	57.29	112.78	90.30	112.58	57,287.18		
0.010	0.0145	42.00	1.2	Δ (m)	0.008	0.072	0.122	0.122	0.275		
0.610	0.0142	12.66	10.0	Stiffness (N/m)	57.29	143.05	183.00	217.52	57,287.18		
0.010	0.0143	42.00	10.0	Δ (m)	0.008	0.092	0.122	0.122	0.275		

D (m)	t (m)	D/t	7 (m)	Stiffness &	Axial	Lateral	Vertical	Direction	Equivalent Boundary	
D (III)			displacement	Direction	Direction	Uplift	Bearing	Springs		
0.509	0.0142	25.50	4.0	Stiffness (N/m)	27.15	61.27	71.47	86.45	27,148.82	
0.508	0.0143	35.52	4.0	Δ (m)	0.010	0.076	0.102	0.102	0.478	
0.610	0.0142	12 66	4.0	Stiffness (N/m)	32.60	72.29	72.32	104.46	32,599.97	
0.010	0.0145	42.00	4.0	Δ (m)	0.010	0.092	0.122	0.122	0.481	
0.660	0.0142	16 15	4.0	Stiffness (N/m)	35.27	77.63	72.74	113.38	35,272.09	
0.000	0.0145	40.13	4.0	Δ (m)	0.010	0.099	0.132	0.132	0.482	
0.762	0.0142	52.20	4.0	Stiffness (N/m)	40.72	88.41	73.60	131.72	40,723.24	
0.762	0.0145	43 53.29 4.0	4.0	Δ (m)	0.010	0.144	0.152	0.152	0.483	
0.610	0.0110	51.26 4.0	Stiffness (N/m)	32.60	72.29	72.32	104.46	32,599.97		
0.010	0.0119	51.20	4.0	Δ (m)	0.010	0.092	0.122	0.122	0.402	
0.610	0.0127	48.02	4.0	Stiffness (N/m)	32.60	72.29	72.32	104.46	32,599.97	
0.010	0.0127	40.05	40.03	4.0	Δ (m)	0.010	0.092	0.122	0.122	0.428
0.610	0.0175	21.06	4.0	Stiffness (N/m)	32.60	72.29	72.32	104.46	32,599.97	
0.010	0.0175	54.80	4.0	Δ (m)	0.010	0.092	0.122	0.122	0.585	
0.610	0.0142	12 66	0.5	Stiffness (N/m)	32.60	54.85	27.05	62.73	32,599.97	
0.010	0.0143 42.66 0.5	0.5	Δ (m)	0.010	0.044	0.122	0.122	0.481		
0.610	0.0142	12 66	1.2	Stiffness (N/m)	32.60	63.16	50.57	71.07	32,599.97	
0.010	0.0145	42.00	1.2	Δ (m)	0.010	0.072	0.122	0.122	0.481	
0.610	0.0142	12 66	10.0	Stiffness (N/m)	32.60	80.11	102.48	176.02	32,599.97	
0.010	0.0143	42.00	10.0	Δ (m)	0.010	0.092	0.122	0.122	0.481	

Table 6. Analytical Models of Buried Pipeline and Spring Stiffness in Soft Clay Soil

Table 7. Dense Sand

D (m)	t (m)	D/t	z (m)	Strain
0.508	0.0143	35.52	4.0	6.14E-05
0.610	0.0143	42.66	4.0	7.10E-05
0.660	0.0143	46.15	4.0	5.87E-05
0.762	0.0143	53.29	4.0	5.56E-05
0.610	0.0119	51.26	4.0	3.24E-05
0.610	0.0127	48.03	4.0	4.63E-05
0.610	0.0175	34.86	4.0	3.25E-05
0.610	0.0143	42.66	0.5	2.51E-04
0.610	0.0143	42.66	1.2	1.99E-04
0.610	0.0143	42.66	10.0	1.72E-05

## 5. 반응표면법을 활용한 경향성 분석

#### 5.1 반응표면법

본 연구에서 Abaqus를 이용한 시간이력해석을 통하여, 매설 가스 배관의 외경, 두께, 매설 깊이, 지반조건에 따른 여러 가지 변수에 대해서 결과를 도출하였다. 하지만 실제 유한요소 모델을 제작하여 시간이력해석을 수행할 경우 상당한 해석시 간을 소요하기 때문에, 앞에서 해석을 수행하지 않은 조건들에 대해서는 변수에 대한 경향성 분석을 통하여 매설 가스 배관의

Table 8. Loose Sand

D (m)	t (m)	D/t	z (m)	Strain
0.508	0.0143	35.52	4.0	5.00E-05
0.610	0.0143	42.66	4.0	7.35E-05
0.660	0.0143	46.15	4.0	9.39E-05
0.762	0.0143	53.29	4.0	1.04E-04
0.610	0.0119	51.26	4.0	6.15E-05
0.610	0.0127	48.03	4.0	3.65E-05
0.610	0.0175	34.86	4.0	1.01E-04
0.610	0.0143	42.66	0.5	6.80E-04
0.610	0.0143	42.66	1.2	1.77E-04
0.610	0.0143	42.66	10.0	1.14E-05

내진 성능을 예측하고자 한다. 매설 가스 배관의 변수에 대한 경향성 분석에는 반응표면법(Response Surface Method, RSM) 을 사용하였다. 반응표면법은 통계분석법 중 하나이며, 본 연구에서 수행하고 있는 매설 배관의 서로 다른 변수들에 대해서 변화하는 값인 변형률을 2차원이나 3차원 표면으로 표현하여 시각화하는 방법이며 변수에 대한 구조물의 최적화 를 위하여 토목 분야에서 활용되고 있다(Lee and Yu, 2017). 반응표면법을 사용하여 매설 가스 배관의 변수에 따른 변형률 경향성을 Eqs. (7), (8)과 같이 수식화하여 나타내었다. Eq. (7)은 해석변수와 반응표면법을 사용한 결과를 함수화한 것이고, Eq. (8)은 반응표면법에 의해서 임의의 지점에 대한 Taylor Expansion을 통해 나타낸 것이다.

$$\epsilon = f(X_i) \tag{7}$$

$$\hat{\epsilon} = b_0 + \sum_{i=1}^{K} b_i X_i + \sum_{i=1}^{K} b_{ii} X_i^2$$
(8)

위의 식 Eqs. (7), (8)에서  $\epsilon$ 는 축 방향 변형률을 나타내고 f()는 응답함수,  $X_i$ 는 매설 배관에 적용하는 변수를 나타낸다.  $\hat{\epsilon}$ 는 응답함수를 통한 축 방향 변형률 예측값을 나타내고,  $b_0$ ,  $b_i$ ,  $b_{ii}$ 는 응답함수의 계수를 나타낸다(Myers and Montgomery, 2002).

#### 5.2 반응표면법 검증

매설 배관의 유한요소해석 결과를 바탕으로 만들어진 반응표면법의 활용성을 검증하기 위하여, 반응표면법 제작 에 사용되지 않은 변수들을 이용하여 반응표면법의 정확성 을 확인하였다. 검증을 위하여 사용한 배관의 재원은 지름이 660 mm이고 두께가 15.9 mm이며, 매설 깊이가 1 m와 3 m일 경우에 대하여 검증을 진행하였다. 지반조건의 경우 S<sub>3</sub> Loose Sand를 사용하였으며, 유한요소해석을 수행한 결과 깊이가 1 m일 경우 축 방향 변형률 4.75E-04를 나타냈 고, 깊이가 3 m일 경우에는 축 방향 변형률은 1.48E-04를 나타냈다. 해당 변수를 반응표면법을 이루는 응답함수에 넣었을 때, 응답함수로부터 나온 축 방향 변형률의 결과는 4.30E-04과 1.41E-04로 유한요소해석 결과와 9%, 4%의 오 차율을 가졌다. 반응표면법과 유한요소해석결과에 차이가 존재하지만 영향인자들에 대하여 동일한 경향을 가지며, 추후 더 많은 유한요소해석을 통하여 반응표면법 생성에 사용되는 결과의 수를 늘린다면, 반응표면법과 유한요소해 석 사이의 오차가 감소하고 반응표면법의 정확도가 더 증가 할 것으로 판단된다.

#### 5.3 매설 배관의 경향성 분석

매설 배관의 유한요소해석 결과를 바탕으로, 각 변수에 대한 응답함수를 통하여 축 방향 변형률을 예측하는 반응표 면을 도출하였다. Fig. 7부터 Fig. 10까지는 지반조건에 따른 매설 배관의 반응표면을 나타낸다. Fig. 7은 사질토 중 하나인 Dense Sand 지반조건을 가지는 경우의 반응표면이며, Dense Sand가 해당하는 세 가지 스펙트럼인  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$ 에 대하여 각각 반응표면을 도출한 결과이다. Fig. 8의 경우 Loose Sand 지반조건을 가지는 경우이며, Loose Sand가 해당하는  $S_3$ ,  $S_5$  스펙트럼에 대하여 반응표면을 나타내었다. Fig. 9는 점성토 중 하나인 Stiff Clay 지반조건을 가지는 경우의 반응 표면을 나타내며, Stiff Clay가 해당하는  $S_3$ ,  $S_4$ ,  $S_5$  스펙트럼 조건에 대하여 반응표면을 나타낸 결과이다. 마지막으로



Fig. 7. Response Surface Method of Strain in Dense Sand

![](_page_9_Figure_0.jpeg)

Fig. 8. Response Surface Method of Strain in Loose Sand

![](_page_9_Figure_2.jpeg)

(c) S5 Stiff Clay

Fig. 9. Response Surface Method of Strain in Stiff Clay

![](_page_9_Figure_5.jpeg)

Fig. 10. Response Surface Method of Strain in Soft Clay

Fig. 10의 경우 Soft Clay 지반조건을 가지는 경우이며, Soft Clay가 해당하는  $S_3$ ,  $S_5$  스펙트럼 조건에 대한 반응표면을 도출하였다.

경향성 분석 결과를 통하여 매설 배관에 가장 취약한 경우를 선정하자면, Loose Sand 지반조건에 지표면과 가까 이 배관이 매설되어 있고 S<sub>3</sub> 스펙트럼을 가지는 조건이라고 할 수 있다. 다만, 배관이 얕게 매설된 경우에는 Loose Sand 조건에서 가장 큰 변형률을 가지는 것으로 나타났지만, 매설 깊이가 깊어질수록 Loose Sand보다 Soft Clay 조건에서 더 큰 축 방향 변형률을 가지는 경향을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 기준이 되는 변수들을 결정한 후 영향인자 로 선정된 변수들이 변화할 때, 시간 이력 구조해석 결과인 매설 배관의 변형률을 이용하여 반응표면을 도출하였다. 시간 이력해석은 매설 배관에 대한 더욱 정확한 지진 응답을 구할 수 있지만, 많은 시간이 소요된다는 단점이 있다. 하지만 반응표면 법을 사용하여 응답함수 식을 얻고 이를 이용하여 다양한 변수에 대한 매설 배관의 지진 응답 추정값을 얻을 수 있다. 현재 국내에는 수만 km의 배관이 매설되어 있다. 이 배관들의 내진안전성을 평가하기 위하여 시간 이력해석 을 수행할 시 많은 시간이 소요될 것이다. 하지만 반응표면법 을 활용하면 기존 매설된 배관의 내진 안전성을 비교적 단시간에 평가할 수 있고, 추후 매설될 배관의 지름이나 두께와 같은 재원을 결정하는데 적용이 가능한 가이드라인 을 제시할 수 있을 것으로 판단된다.

## 6. 결 론

최근 발생한 규모 5.0 이상 강진의 발생과 새롭게 개정된 내진설계 공통기준으로 인해 매설 배관에 대한 내진 안전성 검토가 필요한 상황이다. 국내외 선행연구에서는 시간 이력 해석으로 지진파의 효과를 검토한 바가 있으나, 다양한 배관 종류와 이에 따른 지진파 효과에 대한 경향성 분석은 연구되 지 않았다. 따라서, 본 연구에서는 배관의 설계기준, 매설 깊이, 배관의 두께(t), 직경(D) 등의 변수를 분석하고, 매설 배관의 지진 발생을 모사하기 위해서 시간 이력해석을 수행 하여 변형률 경향 분석 모델링을 통해 변수와 지진파가 매설 배관에 미치는 영향을 검토하고자 하였다. 선정한 변수 에 대해서 경향성 분석을 수행한 결과, 매설 배관의 깊이가 깊어질수록 전체적인 변형률의 크기가 점차 감소하는 경향 을 보였으며, Loose Sand 조건에서 가장 큰 축 방향 변형률을 가진다는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 지진 발생 시 매설 배관에 발생하는 피해의 크기를 예측하고, 지진 발생 시 평가의 기준으로 활용하기 위해 변형률 경향 분석 모델을 제안하였다. 그러나, 본 연구에 서 고려하는 매설 배관의 형상은 직선 배관에 한정되어 있고, 지진파의 효과보다 높은 피해를 나타낼 것으로 예상하 는 단층이나 액상화와 같은 영구지반변형의 효과는 고려하 고 있지 않다. 따라서, 영구지반변형을 고려하고, 곡선 배관 의 특성을 반영한 변형률 경향 분석 모델의 업데이트가 필요할 것으로 판단된다.

# 감사의 글

본 연구는 한국가스공사의 연구개발사업(RD2018-0101) 의 일환으로 수행되었습니다.

#### References

- ABAQUS. (2016). *Analysis user's manual 6.16*. Dassault Systèmes.
- American Lifelines Alliance (ALA). (2001). *Guidelines for* the design of buried steel pipe. Reston, VA: ASCE.
- Datta, T.K., and Mashaly, E.A. (1986). Pipeline response to random ground motion by discrete model. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 14, No. 4, pp. 559-572.
- Hindy, A., and Novak, M. (1979). Earthquake response of underground pipelines. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 7, No. 5, pp. 451-476.
- Hindy, A., and Novak, M. (1980). Pipeline response to random ground motion. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 106, No. 2, pp. 339-360.
- Kennedy, M.P. (1977). Recency and character of faulting along the Elsinore fault zone in southern Riverside County, California. Sacramento, CA: California Division of Mines and Geology.
- KGS GC204. (2019). Code for seismic design of underground gas pipes. Korea Gas Safety Code.
- Kim, D.-K. (2017). *Dynamics of structures*. Seoul: Goomibook Publication.
- Lee, D.-H., Cho, K.-S., Chung, T.-Y., and Kong, J.-S. (2007). Earthquake response analysis of a buried gas pipeline. *Journal of the Earthquake Engineering Society of Korea*, Vol. 11, No. 6, pp. 41-52.
- Lee, J., Cha, K., Song, S., and Kong, J.S. (2015). Visualization technology of GIS associated with seismic fragility analysis of buried pipelines in the domestic urban area. J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea, Vol. 28, No. 2, pp. 177-185.
- Lee, S.-H., and Yu, E. (2017). Model updating of a RC frame building using response surface method and multiobjective optimization. *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, Vol. 30, No. 1, pp. 39-46.
- Liu, A., Hu, Y., Zhao, F., Li, X., Takada, S., and Zhao,

L. (2004a). An equivalent-boundary method for the shell analysis of buried pipelines under fault movement. *Acta Seismologica Sinica*, Vol. 17, No. 1, pp. 150-156.

- Liu, A., Takada, S., and Hu, Y. (2004b). A shell model with an equivalent boundary for buried pipelines under the fault movement. *Proc. 13th World Conf. on Earthq. Eng.*, Paper No. 613, Vancouver, B.C., Canada.
- Myers, R.H., and Montgomery, D.C. (2002). Response surface methodology: Process and product optimization using designed experiment (2nd ed.). New York, NY: Wiley-Interscience Publication.
- Newmark, N.M., and Rosenblueth, E. (1971). *Fundamentals* of earthquake engineering. Englewood Cliffs, NJ: PrenticeHall. Inc.
- O'Rourke, M.J., and Liu, X. (2012). Seismic design of buried and offshore pipelines. Monograph MCEER-12-MN04, MCEER, University at Buffalo, State University of New York.
- Revie, R.W. (Ed.). (2015). *Oil and gas pipelines: Integrity* and safety handbook. John Wiley & Sons.
- Smith, D. (2006). San Francisco is burning: The untold story of the 1906 earthquake and fires. New York, NY: Plume.

- Sun, C.G., Cho, C.S., Son, M., and Shin, J.S. (2013). Correlations between shear wave velocity and in-situ penetration test results for Korean soil deposits. *Pure* and Applied Geophysics, Vol. 170, No. 3, pp. 271-281.
- Takada, K., Yokohama, I., Chida, K., and Noda, J. (1987). New measurement system for fault location in optical waveguide devices based on an interferometric technique. *Applied Optics*, Vol. 26, No. 9, pp. 1603-1606.
- Wong, F.S., and Weidlinger, P. (1983). Design of underground shelters including soil-structure interaction effects. *Interaction of Non-Nuclear Munitions with Structures: Symp. Proc.*, U.S. Air Force Academy, Weidlinger Associates New York.
- Yuan, H.R., and Walker, R.E. (1970). The investigation of a simple soil-structure interaction model. In D.A. Howells, I.P. Haigh, and C. Taylor (Eds.), *Dynamic waves in civil engineering* (pp. 241-266). New York, NY: Wiley.

Received	December 10, 2019
Revised	December 11, 2019
Accepted	December 26, 2019